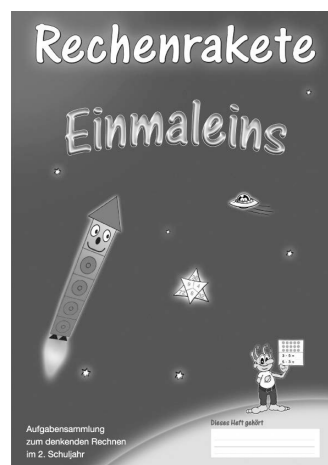


Kommentar

zur „Rechenrakete Einmaleins“

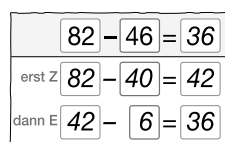
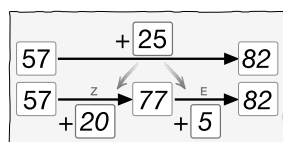
2026

Autor: Thomas Seiwert



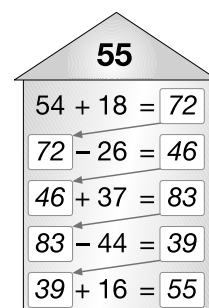
Im Mittelpunkt der „Rechenrakete Einmaleins“ stehen das Addieren und Subtrahieren zweistelliger Zahlen mit Zehnerüber- und unterschreitung, das Erlernen des kleinen Einmaleins inklusive der zugehörigen Divisionsaufgaben sowie das Kennenlernen von Uhrzeiten und Symmetrien.

- Erst in *zwei* Schritten, dann in *einem* Schritt addieren und subtrahieren die Schüler **zweistellige Zahlen** mit Zehnerüberschreitung:

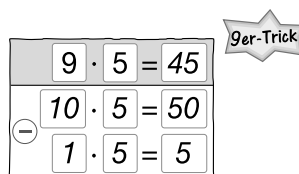
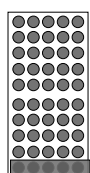
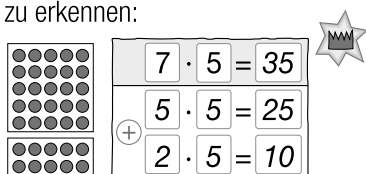


$$\begin{array}{l} 55 + 17 = 72 \\ 55 - 26 = 29 \\ 55 + 39 = 94 \\ 55 - 47 = 8 \\ 55 + 28 = 83 \end{array}$$

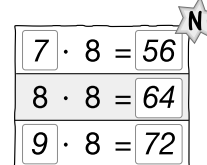
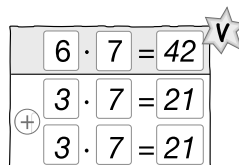
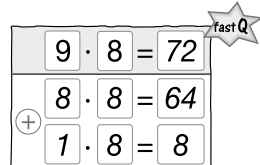
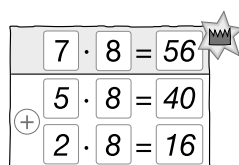
$$\begin{array}{l} 66 + 27 = 93 \\ 66 - 27 = 39 \end{array}$$



- Zentrales Medium beim Erlernen des 1 x 1 ist das Punktfeld. Von Beginn an wird zu jedem Punktfeld Aufgabe und Tauschaufgabe gerechnet. Beim Erlernen des 1x1 wird auf ein mechanisches Auswendiglernen der Reihen weitgehend verzichtet; statt dessen werden die Schüler durch handelnden Umgang mit Punktfeldern in die Lage versetzt, Zusammenhänge zwischen den Malsätzen zu erkennen:



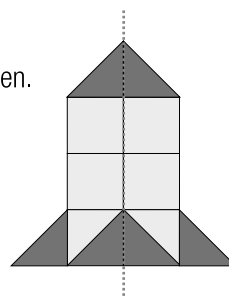
- Von Königsaufgaben und Quadrataufgaben, die in der Regel schnell automatisiert werden, werden schwierige Malaufgaben abgeleitet. Durch Anwenden verschiedener Rechenstrategien wird das mathematische Denken der Schüler gefördert, und es erfolgt eine Automatisierung des kleinen Einmaleins.



- Die Schüler bestimmen Uhrzeiten und berechnen die Zeitdauer.
- Durch handelnden Umgang mit dem Spiegel entdecken die Schüler Symmetrien.



$$\begin{array}{l} 6:10 \xrightarrow{2 \text{ Stunden } 10 \text{ min}} 8:20 \\ 15:15 \xrightarrow{3 \text{ Stunden } 25 \text{ min}} 18:40 \\ 9:20 \xrightarrow{6 \text{ Stunden } 30 \text{ min}} 15:50 \end{array}$$



S. 1 – 11 Addition und Subtraktion zweistelliger Zahlen mit Zehnerübergang

Die Addition und Subtraktion zweistelliger Zahlen mit Zehnerübergang wird in vielen Rechenbüchern erst *nach* dem kleinen Einmaleins thematisiert.

Vielfältige Rechenvorteile beim Lösen von Malaufgaben können jedoch nur dann konsequent genutzt werden, wenn die Addition und Subtraktion zweistelliger Zahlen **vor dem Einmaleins** im Unterricht behandelt wird:

Beispiele:

8	·	7	=	56	
4	·	7	=	28	
+	4	·	7	=	28

8	·	7	=	56	
5	·	7	=	35	
+	3	·	7	=	21

6	·	9	=	54	
3	·	9	=	27	
+	3	·	9	=	27

Die Beispielaufgaben wurden durch „Verdoppeln“ bzw. „multiplikatives Zerlegen und Zusammensetzen“ gelöst. Diese Lösungsstrategien lassen sich im Unterricht nur dann nutzen, wenn die Schüler zweistellige Zahlen mit Zehnerübergang addieren können.

Sachanalyse

Beim Addieren und Subtrahieren zweistelliger Zahlen mit Zehnerüber- und -unterschreitung handelt es sich um komplexe mathematische Verfahren, bei denen vom Schüler jeweils **drei** mathematische Teilleistungen zu erbringen sind:

Beispielaufgabe zur Addition zweistelliger Zahlen mit ZÜ:

$58 + 26 = \square$

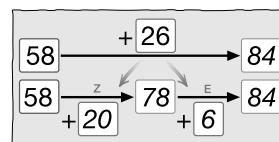
Mathematische Teilleistungen:

1. Zerlegen des 2. Summanden in Zehner und Einer
2. Addition einer Zehnerzahl zu einer ZE-Zahl
3. Addition einer Einerzahl zu einer ZE-Zahl mit ZÜ

$26 = 20 + 6$

$58 + 20 = 78$

$78 + 6 = 84$



Beispielaufgabe zur Subtraktion zweistelliger Zahlen mit ZÜ:

$82 - 27 = \square$

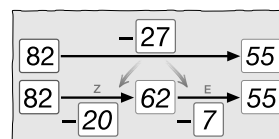
Mathematische Teilleistungen:

1. Zerlegen des Subtrahenden in Zehner und Einer
2. Subtraktion einer Zehnerzahl von einer ZE-Zahl
3. Subtraktion einer Einerzahl von einer ZE-Zahl mit ZÜ

$27 = 20 + 7$

$82 - 20 = 62$

$62 - 7 = 55$



Lernvoraussetzungen

Sämtliche Lerninhalte wurden im bisherigen Unterricht bereits behandelt:

- Die Schüler können zweistellige Zahlen in Zehner und Einer zerlegen.
- Sie können im Zahlenraum bis 100 zu einer ZE-Zahl eine Zehnerzahl addieren bzw. von einer ZE-Zahl eine Zehnerzahl subtrahieren („Zehneraufgaben lösen“).

44	+	20	=	
44	-	20	=	

56	+	30	=	
56	-	30	=	

68	+	20	=	
68	-	20	=	

- Sie können im Zahlenraum bis 100 Einerzahlen mit Über- oder Unterschreitung addieren oder subtrahieren („Eineraufgaben lösen“).

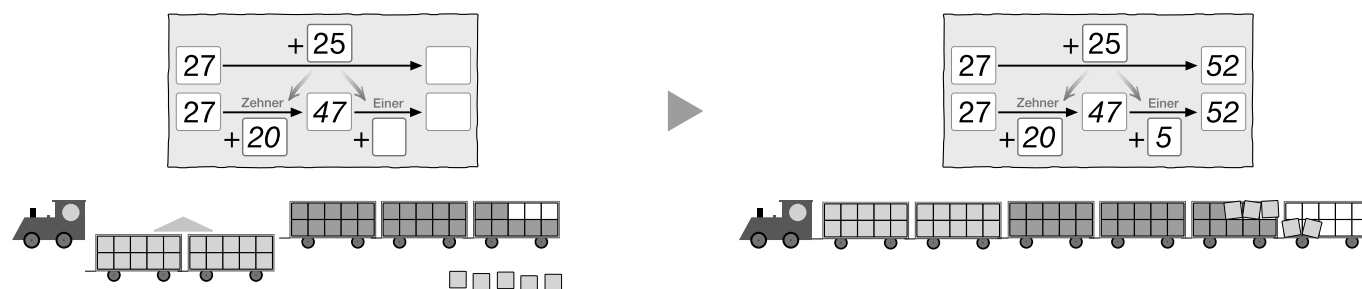
$36 + 7 = \square$
 $36 - 9 = \square$
 $36 + 8 = \square$

+ 9	
34	
65	
72	
56	

- 8	
64	
48	
85	
92	

S. 1 Einführung der Addition zweistelliger Zahlen mit Zehnerüberschreitung

Zentrales Medium bei der Einführung der Addition zweistelliger Zahlen mit Zehnerübergang ist der Rechenzug.

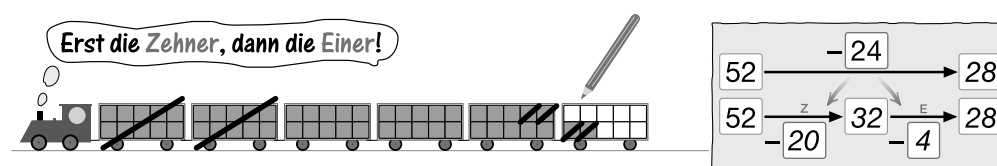


1. Schritt: Die Zehner werden **vorne** als komplette Zehnerwagen unmittelbar an die Lokomotive angehängt.
Zur Vereinfachung werden die zu addierenden **Zehner** nicht zerlegt.

2. Schritt: Die Einer werden **hinten** aufgeladen.
 Erst laden wir den letzten Wagen **voll**, dann laden wir den **Rest** auf einen zusätzlichen Wagen.

S. 1 Einführung der Subtraktion zweistelliger Zahlen mit Zehnerunterschreitung

Bei der Subtraktion werden - analog zur Addition - die **Zehner vorne** und die **Einer hinten** weggestrichen:

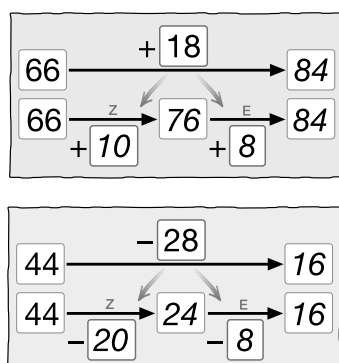


S. 2 – 8 Über schrittweises Rechnen zum Kopfrechnen

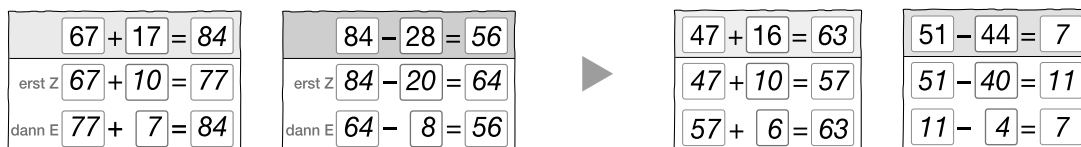
Erst lösen die Schüler die Aufgaben zur Addition und Subtraktion zweistelliger Zahlen mit Zehnerüberschreitung in **zwei Schritten**, dann in **einem Schritt**:

a) Bei Einführung der Addition und der Subtraktion zweistelliger Zahlen rechnen die Schüler mit Hilfe des **Operatormodells**:

- ⊕ Die Schüler rechnen in zwei Schritten, indem sie die große Aufgabe in zwei kleine Aufgaben aufgliedern.
- ⊕ Beim Operatormodell wird die Zerlegung des 2. Summanden (bzw. des Subtrahenden) in Z und E sehr deutlich.
- ⊕ Das Operatormodell hat den Vorteil, dass die Schüler vom Zwischenergebnis direkt weiter rechnen können.
- ⊕ Das Rechnen in Pfeilrichtung von links nach rechts entspricht dem Handeln am Rechenzug.



- b) Wie beim Operatormodell wird bei der **Päckchenschreibweise** die große Aufgabe in zwei kleine Aufgaben aufgegliedert. In den Rechenpäckchen müssen die Schüler das Zwischenergebnis vom Ende der zweiten Zeile an den Anfang der dritten Zeile übertragen.



- c) Schließlich lösen die Schüler die Additions- und Subtraktionsaufgaben in einem Schritt:

+ 18	$34 - 16 = \square$	$94 \bigcirc \square = 29$	$63 + 28 = \square$ $63 - 28 = \square$	
28	$34 + 58 = \square$	$16 \bigcirc \square = 53$		
65	$34 + 37 = \square$	$62 \bigcirc \square = 18$		
49	$34 - 25 = \square$	$35 \bigcirc \square = 9$		
76				

S. 5 Ergänzungsaufgaben zur Addition zweistelliger Zahlen

Bei den Ergänzungsaufgaben zur Addition zweistelliger Zahlen sind zwei verschiedene Rechenwege möglich:

$48 + \square = 73$	<i>Erst die Zehner, dann die Einer!</i>	<i>Erst die Einer, dann die Zehner!</i>
$\square + \square = \square$	$48 + 25 = 73$ $48 + 20 = 68$ $68 + 5 = 73$	$48 + 25 = 73$ $48 + 5 = 53$ $53 + 20 = 73$
$\square + \square = \square$	oder	

S. 6 Platzhalteraufgaben zur Subtraktion zweistelliger Zahlen

Bei den Platzhalteraufgaben zur Subtraktion zweistelliger Zahlen sind zwei verschiedene Rechenwege möglich:

$62 - \square = 28$	<i>Erst die Zehner, dann die Einer!</i>	<i>Erst die Einer, dann die Zehner!</i>
$\square - \square = \square$	$62 - 34 = 28$ $62 - 30 = 32$ $32 - 4 = 28$	$62 - 34 = 28$ $62 - 4 = 58$ $58 - 30 = 28$
$\square - \square = \square$	oder	

S. 9 Rückgeld berechnen

Aus dem Alltag kennen alle Schüler die Situation, dass beim Einkauf an der Kasse mit einem Geldschein bezahlt wird und dass Rückgeld erstattet wird. Mathematisch kann die Höhe des Rückgeldes mit Hilfe einer *Plusaufgabe* oder einer *Minusaufgabe* berechnet werden. Da das Plus-Rechnen den Menschen im Allgemeinen leichter fällt, wird im Alltag das Rückgeld meist durch „Draufzählen“ bestimmt:

17 €	1 20 € 10 €	50 €
Kaufpreis	17 € + 33 € = 50 €	bezahlt
	Rückgeld: 33 €	

Mit Spielgeld sollten die Schüler das Draufzählen des Rückgeldes üben, bevor die Textaufgaben auf Seite 9 bearbeitet werden!

S. 12 – 17 Kalender und Uhrzeiten

Die Themen „Kalender“ und „Uhrzeit“ werden in Klassenstufe 2 in der Regel **fächerübergreifend** im Unterricht behandelt. In der Rechenrakete werden die *mathematischen Aspekte* der beiden Themen aufgegriffen und thematisiert.

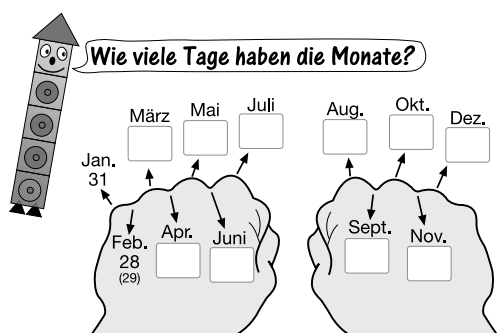
S. 12 „Kalender“

Die Schüler sollten viele Arten von Kalendern in die Schule mitbringen, diese benennen und ihren Zweck beschreiben. Im Klassensaal kann eine Kalenderausstellung stattfinden ...



Zunächst sind die Monatsnamen auswendig zu lernen. Die Monate werden den Jahreszeiten zugeordnet. Nachbarmonate werden bestimmt. Ein Geburtstagskalender wird erstellt ...

Im Römischen (Julianischen) Kalender war der Februar der letzte Monat des Jahres. Deshalb hat er weniger Tage als die anderen Monate.



Mit den Schülern sollte im Unterricht besprochen werden, warum es Schaltjahre gibt und dass der Februar deshalb alle vier Jahre 29 Tage hat.

S. 13 - 17 „Uhrzeiten“

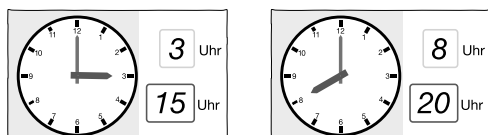
Lernziele

- Am Ende der Klassenstufe 2 sollen die Schüler die Uhrzeit „**auf 5 Minuten genau**“ ablesen und einstellen können (in Klassenstufe 3 „**auf die Minute genau**“).
- Die Schüler sollen wissen, dass eine Stunde 60 Minuten hat. Die Abkürzung für Minuten heißt **min**.
- Die Uhrzeit kann in Langform, Kurzform oder digital angegeben werden.

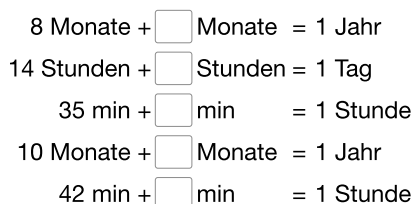
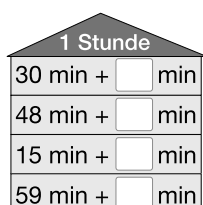
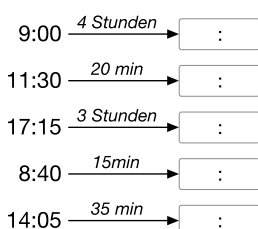


Bei einstelligen Minutenangaben in Digital- oder Kurzform muss vor der einstelligen Zahl eine Null notiert werden.

- Die Schüler bestimmen Uhrzeiten in der ersten und zweiten Tageshälfte.



- Die Schüler berechnen die Dauer von Handlungen in Minuten, Stunden, Tagen und Monaten.



S. 18 – 21 Einführung ins Malnehmen

Malsituationen

In vier verschiedenen Sachsituationen begegnen uns Malaufgaben im täglichen Leben:

Beispielaufgabe: $3 \cdot 6 =$

multiplikative Sachsituation	Darstellungsformen	Aspekte der Multiplikation
		Multiplikation ungeordneter Mengen
		Multiplikation geordneter Mengen
		Multiplikation linear angeordneter Mengen
		Multiplikation in einem FELD angeordneter Mengen

Damit die Schüler ein *umfassendes* Verständnis der Multiplikation erlangen, ist es sinnvoll, bei der **Einführung** des **Malnehmens** **alle vier** multiplikativen Sachsituationen im Unterricht zu thematisieren.

S. 18 Multiplikation als verkürzte Addition

Die Schüler lernen die Multiplikation als wiederholte Addition gleicher Summanden kennen:

Es sind fünfmal 6 Eier.

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$$

$$5 \text{ mal } 6 = 30$$

$$5 \cdot 6 = 30$$

Die Schüler lernen, Mal-Situationen von additiven Situationen zu unterscheiden:

Auf Seite 18 erkennen die Kinder, dass nur dann eine Mal-Situation vorliegt, wenn **alle** Teil-Mengen **gleich groß** sind:

$$8 + 8 + 8 = 24$$

$$3 \cdot 8 = 24$$

$$3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$3 + 4 + 5 = 12$$

$$\square \circ \square = \square$$

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$4 + 4 + 3 = 11$$

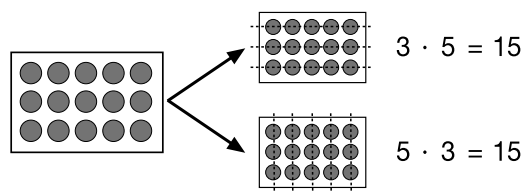
$$\square \circ \square = \square$$

**Zu den Bananen
und zu den
Eisbechern
gibt es keine
Malaufgabe!**

S. 20 – 21 Malfelder und Punktfelder

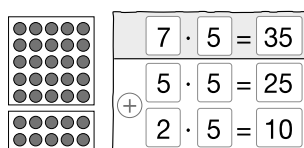
Im Gegensatz zur *Einführung des Malnehmens* (s.o.) wird bei der **Erarbeitung des Einmaleins** fast ausschließlich mit dem **Punktfeld** gearbeitet, weil am Punktfeld die meisten Rechenvorteile genutzt werden können:

- Das **Kommutativgesetz** der Multiplikation ist am leichtesten am Punktfeld einzusehen. Denn jedem Punktfeld können **zwei Aufgaben** – nämlich **Aufgabe und Tauschaufgabe** – zugeordnet werden, da jedes Punktfeld zeilenweise und spaltenweise gelesen werden kann:



Für die Unterrichtspraxis hat die Anwendung des Kommutativgesetzes weitreichende Konsequenzen: Wenn Schüler von Beginn an zu jeder Aufgabe die Tauschaufgabe mitlernen, reduziert sich der Umfang der zu lernenden Aufgaben um rund die Hälfte!

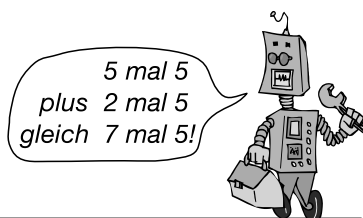
- Punktfelder lassen sich zerlegen und zusammensetzen. Das **Distributivgesetz** der Multiplikation kann als Rechenvorteil genutzt werden:



- Punktfelder ermöglichen denkendes, vorstellendes Rechnen:

Beispiel:

Welches Punktfeld muss ich zum Feld $5 \cdot 5$ dazulegen, damit ich $7 \cdot 5$ erhalte?



Aufgrund dieser Vorteile werden in der Rechenrakete Punktfelder als **zentrales Medium** beim Erlernen des kleinen Einmaleins genutzt.

S. 22 – 39 Erarbeitung des Einmaleins

Wie lösen Schüler Malaufgaben?

Die Aufgabe $6 \cdot 8$ wird von Schülern im Unterricht unterschiedlich gelöst:

a) Schüler A löst die Aufgabe **additiv**:

Er rechnet: $8 + 8 = 16$ ► $16 + 8 = 24$ ► $24 + 8 = 32$ ► ...

b) Schüler B löst die Aufgabe durch **Aufsagen der Malreihe**:

Er hat die 8er-Reihe auswendig gelernt und zählt mit den Fingern: „8, 16, 24, 32, 40, 48.“

c) Schüler C **leitet die Aufgabe von bekannten Malsätzen ab**:

Er bildet die Nachbaraufgabe: „ $6 \cdot 8$ ist $5 \cdot 8$ plus $1 \cdot 8$.“

d) Schüler D hat die Aufgabe bereits **automatisiert**:

Er antwortet spontan: „6 mal 8 gleich 48.“

ZIEL

...des Einmaleins-Lehrgangs ist es, dass die Schüler *spätestens in Klasse 3* alle Aufgaben des kleinen Einmaleins **automatisiert** lösen (Niveau d). Die Fachdidaktik spricht von *Automatisierung*, wenn die Antworten zu Malaufgaben in weniger als 5 Sekunden abrufbar sind.

Wie erreichen wir eine hohe Automatisierung der Malsätze?

- In der Unterrichtspraxis der meisten Schulen hat bisher eindeutig das **Aufsagen der Malreihen in Verbindung mit dem Fingerzählen** dominiert. Dieses Lösungsverfahren hat jedoch erhebliche Nachteile:
 - ⊖ Das Verfahren ist zeitaufwendig und fehleranfällig (Folgefehler).
 - ⊖ Wenn die Malaufgaben zählend gelöst werden, findet kein denkendes Rechnen statt. Rechengesetze werden nicht als Rechenvorteile genutzt.
 - ⊖ Bei jeder Aufgabe wird die auswendig gelernte Reihe mechanisch aufgesagt, ohne dass Vorstellungsbilder zu den einzelnen Aufgaben abgerufen werden.
 - ⊖ Da im Unterricht nicht handelnd und vorstellend gerechnet wird, werden von den Schülern keine Vorstellungsbilder zum Einmaleins ausgebildet.
 - ⊖ Durch das oftmalige Aufsagen der Malreihen prägen sich die Schüler die verschiedenen Reihen fest ein („*Zähler lernen Reihen-Zählen*“).
 - ⊖ Das Bedürfnis, sich einzelne Malergebnisse im Gedächtnis zu merken, ist sehr gering, wenn jede Aufgabe „mechanisch“ über das Aufsagen der Reihe gelöst wird.
Statt „Mal-Aufgaben“ automatisieren Zähler die „Reihen“.

Aufgrund oben genannter Nachteile des Reihenzählens wird in der Rechenrakete **auf ein mechanisches Auswendiglernen der Reihen weitgehend verzichtet**.

- Statt dessen sollen im Unterricht die **operativen Beziehungen der Malsätze** untereinander herausgestellt und thematisiert werden. In der Rechenrakete sollen unbekannte Malsätze mit Hilfe geeigneter **Rechenstrategien von bekannten Aufgaben hergeleitet** werden.
 - ⊕ Dieses Verfahren entspricht neuesten Erkenntnissen der Lernpsychologie: Heute wissen wir, dass Lernen ein aktiver Prozess ist, bei dem vorhandene Kenntnisse mit neuem Wissen zu einem *Wissensnetz* verknüpft wird. Demnach ist es wichtig, dass die Schüler *durch Denken* Zusammenhänge zwischen alten und neuen Wissens-elementen herstellen und so ihr Wissensnetz immer enger knüpfen.
 - ⊕ Von *Königsaufgaben* und *Quadrataufgaben*, die in der Regel schnell von den Schülern automatisiert werden, werden unbekannte Malsätze abgeleitet.
 - ⊕ Indem die Schüler *handelnd* Punktfelder aneinanderlegen und abdecken, werden Zusammenhänge zwischen den Malsätzen deutlich.
 - ⊕ *Denkendes Rechnen* findet statt, indem das Kommutativgesetz und das Distributivgesetz der Multiplikation als Rechenvorteile genutzt werden.
 - ⊕ Indem von Beginn an konsequent die *Tauschaufgabe* zu jeder Aufgabe mitgelernt wird, reduziert sich der Umfang der zu lernenden Aufgaben um 50%.
 - ⊕ Durch intensives Üben werden Königs- und Quadrataufgaben nach kurzer Zeit von allen Schülern auswendig beherrscht. Durch die ständige Wiederholung einzelner Malaufgaben in Verbindung mit entsprechenden Rechenstrategien erfolgt eine Automatisierung der restlichen Aufgaben.

Didaktische Stufenfolge

In **drei Schritten** erfolgt die Erarbeitung des Einmaleins:

A. Die „leichten Reihen“: Einmaleins der 10, 2, 1 und 0

B. Basisaufgaben: Einmaleins der 5 und 3 sowie die Quadrataufgaben

C. Schwierige Malaufgaben: Fast-Quadrataufgaben und das Einmaleins der 9, 4, 6, 7 und 8

A. „Leichte“ Malaufgaben s. 22 – 25

Einmaleins
der 10

Einmaleins
der 2

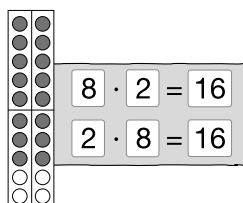
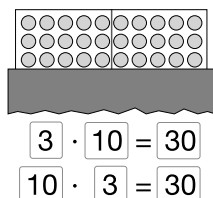
Einmaleins
der 1

Einmaleins
der 0

Lernvoraussetzungen

Bevor die ersten Malreihen im Unterricht thematisiert werden, verfügen die Schüler bereits „unbewusst“ über zahlreiche Malaufgaben:

- Die Mal-10-Aufgaben sind den Schülern bereits von Zahldarstellungen im 100er-Feld her „bekannt“.



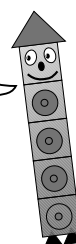
- Die Mal-2-Aufgaben „kennen“ die Schüler bereits vom Verdoppeln am 20er-Feld her.

Lernziele

- Die Schüler sollen alle Malaufgaben zum „Einmaleins“ der 10, 2, 1 und 0 **automatisieren**, d. h. sie sollen diese Malsätze innerhalb von 5 Sekunden aus dem Gedächtnis abrufen können.
(Weil die Schüler von Beginn an jeweils Aufgabe und Tauschaufgabe rechnen, wird in der „Rechenrakete“ nicht von der 10er-Reihe, sondern vom „**Einmaleins der 10**“ gesprochen. Der Begriff „Einmaleins der 10“ beinhaltet sowohl die Aufgaben der 10er-Reihe wie auch deren Tauschaufgaben.)

- Anstatt die 2er-Reihe auswendig zu lernen, prägen sich die Schüler lediglich die **Strategie** zum Lösen von Mal-2-Aufgaben ein:

2mal ist dasselbe
wie Verdoppeln!



Didaktische Hinweise

- Erfahrungsgemäß gehören die Fehler beim Multiplizieren mit 1 und 0 zu den häufigsten Fehlern beim Lösen von Malaufgaben. Eine Ursache könnte darin liegen, dass diese Aufgaben im Unterricht bisher nicht ausführlich genug thematisiert wurden. Um diese Fehler zu vermeiden, wird auf den Seiten 24 und 25 das Multiplizieren mit 1 und 0 intensiv geübt. Besonderes Augenmerk wird darauf gelegt, dass die Schüler das Malnehmen vom Addieren und Subtrahieren mit 0 und 1 unterscheiden:

$$4 + 0 = \square$$

$$4 \cdot 0 = \square$$

$$4 - 0 = \square$$

$$6 - \square = 6$$

$$6 \cdot 0 = \square$$

$$6 + 0 = \square$$

$$9 + \square = 9$$

$$9 \cdot \square = 9$$

$$9 - \square = 9$$

- Am Ende jeder neuen Malreihe **dokumentieren** die Schüler ihren Lernfortschritt, indem sie die Ergebnisse der neu gelernten Malaufgaben in die Maltabelle auf S. 64 eintragen:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2									
3	0	3									
4	0	4									
5	0	5									
6	0	6									
7	0	7									
8	0	8									
9	0	9									
10	0	10									

B. Basisaufgaben s. 26 – 33

Einmaleins
der 5

Einmaleins
der 3



Ein moderner Mathematikunterricht muss unterschiedlichen Anforderungen gerecht werden:

- Zum einen geben die Lehrpläne als Ziel vor, dass die Schüler spätestens in Klasse 3 in der Lage sein müssen, alle Malaufgaben *sicher und rasch* aus dem Gedächtnis abzurufen (Automatisierung).
- Zum anderen wird von führenden Fachdidaktikern vor dem Hintergrund aktueller Lernstandsdiagnosen (PISA u.a.) gefordert, dass die *Rechenfähigkeit* und das *mathematische Denken* der Schüler im Unterricht stärker als bisher zu fördern seien!

Beide Ziele werden auf den Seiten 26 - 39 gleichrangig nebeneinander verfolgt:

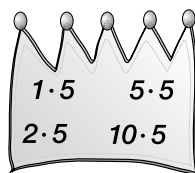
Die Schüler lernen verschiedene **Strategien** zum Lösen von Malaufgaben kennen. Durch Anwenden dieser Strategien wird die **Rechenfähigkeit der Schüler** gefördert, und es erfolgt eine **Automatisierung** der Malsätze!

GRUNDSTRATEGIE



GRUNDSTRATEGIE zum Lösen von Malaufgaben ist das Herleiten von den „Königsaufgaben“ her.

Zu jeder Malreihe gehören vier Königsaufgaben:

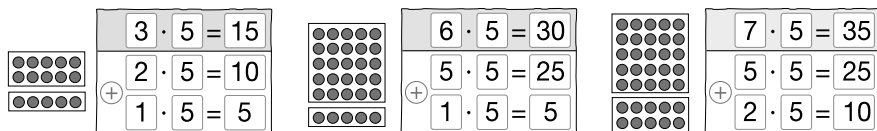


Aus einem 100er-Feld schneiden die Schüler Punktfelder zu den Königsaufgaben aus.

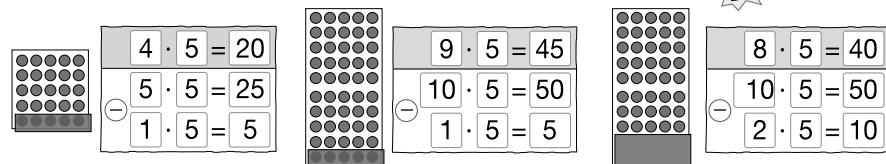
Indem die Schüler die **Punktfelder aneinander legen** bzw. **abdecken**, können sämtliche Aufgaben einer Reihe gelegt und gerechnet werden:

Beispiel: Einmaleins der 5

Lege jeweils 2 Königsaufgaben aneinander!



Decke ab und rechne!



Durch den handelnden Umgang mit den Königsaufgaben gewinnen die Schüler Grundvorstellungen zu den Malaufgaben.

Rechenstrategien zum Einmaleins



- Durch Anwendung weiterer Rechenstrategien werden die neu gewonnenen Grundvorstellungen gesichert und erweitert. Die Rechenfähigkeit der Schüler wird gefördert, wenn sie lernen, *eine* Aufgabe auf verschiedenen Wegen zu lösen:

K

$6 \cdot 5 = 30$
$5 \cdot 5 = 25$
$1 \cdot 5 = 5$

V

$6 \cdot 5 = 30$
$3 \cdot 5 = 15$
$3 \cdot 5 = 15$

T

$6 \cdot 5 = 30$
$5 \cdot 6 = 30$

N

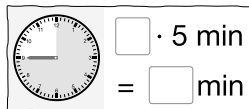
$4 \cdot 5 = 20$
$5 \cdot 5 = 25$
$6 \cdot 5 = 30$

Indem die Schüler immer wieder neue operative Zusammenhänge zwischen den Malsätzen entdecken, entsteht ein immer dichteres, eng verknüpftes Wissensnetz, in dem die Malaufgaben fest und sicher gespeichert werden.

- Am Ende jeder Unterrichtssequenz sind Malaufgaben durch Kopfrechnen zu lösen. Beim Kopfrechnen können die Schüler selbst entscheiden, welche Rechenstrategie sie für sinnvoll erachten und anwenden. Erfahrungsgemäß werden mit zunehmender Übungszeit immer mehr Malaufgaben auswendig beherrscht. Ein Rückgriff auf Herleitungsstrategien zum Lösen der Malaufgaben ist dann nicht mehr notwendig!

$\cdot 5$	
3	
8	
4	
	50
1	

$6 \cdot 1 =$	
$6 \cdot 2 =$	
$6 \cdot 5 =$	
$6 \cdot 10 =$	



$$\begin{aligned} 5 \cdot \square &= 10 \\ \square \cdot 5 &= 0 \\ 5 \cdot \square &= 45 \\ \square \cdot 5 &= 20 \\ 5 \cdot \square &= 5 \end{aligned}$$

40	
$\square \cdot 10$	
$\square \cdot 5$	
$\square \cdot 4$	

- In den meisten Unterrichtswerken wird die jeweilige Malreihe direkt am Anfang von den Schülern aufgeschrieben und auswendig gelernt! In der Rechenrakete stellt das Aufschreiben der Mal-Reihe den **Endpunkt** der unterrichtlichen Behandlung dar! Ein Auswendiglernen der Reihen ist nicht erforderlich!

$0 \cdot 5 =$	
$1 \cdot 5 =$	
$2 \cdot 5 =$	
$3 \cdot 5 =$	
$4 \cdot 5 =$	
$5 \cdot 5 =$	
$6 \cdot 5 =$	
$7 \cdot 5 =$	
$8 \cdot 5 =$	
$9 \cdot 5 =$	
$10 \cdot 5 =$	

Quadrataufgaben **Q**

Neben den Königsaufgaben gehören die Quadrataufgaben zu den „Basisaufgaben“, von denen schwierige Malaufgaben hergeleitet werden können. Die Schüler erschließen selbstständig die Bedeutung des Begriffs „*Quadrat*“-Aufgaben, indem sie Punktfelder zu einzelnen Quadrataufgaben malen:

$1 \cdot 1 =$

$2 \cdot 2 =$

$3 \cdot 3 =$

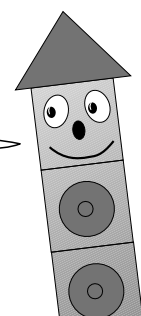
$4 \cdot 4 =$

$5 \cdot 5 =$

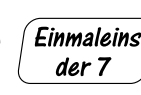
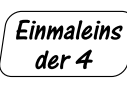
$6 \cdot 6 =$

$0 \cdot 0 =$

Erfahrungsgemäß werden **Q**-Aufgaben von den Schülern schnell automatisiert.



C. Schwierige Malaufgaben s. 34 - 39



S. 34 – 35 Fast-Quadrataufgaben



Fast-Quadrataufgaben sind die Nachbaraufgaben der Quadrataufgaben. Wenn die Quadrataufgaben auswendig beherrscht werden, können die Fast-Quadrataufgaben leicht von den Quadrataufgaben hergeleitet werden.

Folgende Fast-Quadrataufgaben gehören zu den schwierigsten Aufgaben des gesamten Einmaleins:

$$\boxed{8 \cdot 7} \quad \boxed{6 \cdot 7} \quad \boxed{9 \cdot 8} \quad \boxed{7 \cdot 6} \quad \boxed{7 \cdot 8} \quad \boxed{8 \cdot 9}$$

Mit Hilfe der benachbarten Quadrataufgaben lassen sich diese Fast-Quadrat-Aufgaben relativ leicht lösen:

$9 \cdot 8 = 72$ $8 \cdot 8 = 64$ $1 \cdot 8 = 8$ $+$	$8 \cdot 7 = 56$ $7 \cdot 7 = 49$ $1 \cdot 7 = 7$ $+$	$6 \cdot 7 = 42$ $7 \cdot 7 = 49$ $1 \cdot 7 = 7$ $-$	$7 \cdot 8 = 56$ $8 \cdot 8 = 64$ $1 \cdot 8 = 8$ $-$
$5 \cdot 6 = 30$ $6 \cdot 6 = 36$ $7 \cdot 6 = 42$	$8 \cdot 9 = 72$ $9 \cdot 9 = 81$ $10 \cdot 9 = 90$	$7 \cdot 8 = 56$ $8 \cdot 8 = 64$ $9 \cdot 8 = 72$	

S. 36 - 37 Einmaleins der 9



Mit dem 9er-Trick lassen sich schnell und sicher alle Aufgaben zum Einmaleins der 9 lösen. Anstatt sämtliche Zahlen der 9er-Reihe auswendig zu lernen, ist es viel effektiver, sich lediglich die **Strategie** zum Lösen aller Aufgaben mit 9 zu merken:

9mal ist 10mal minus 1mal!

Anschaulich und verständlich wird den Schülern der 9er-Trick, wenn sie in einem 10mal-Punktfeld die unterste Reihe wegstreichen:

$9 \cdot 5 = 45$ $10 \cdot 5 = 50$ $1 \cdot 5 = 5$ $-$	$9 \cdot 3 = 27$ $10 \cdot 3 = 30$ $1 \cdot 3 = 3$ $-$	$9 \cdot 8 = 72$ $10 \cdot 8 = 80$ $1 \cdot 8 = 8$ $-$
---	---	---

Mit Hilfe der Quersumme lassen sich die Ergebnisse des 9er-Einmaleins leicht kontrollieren:

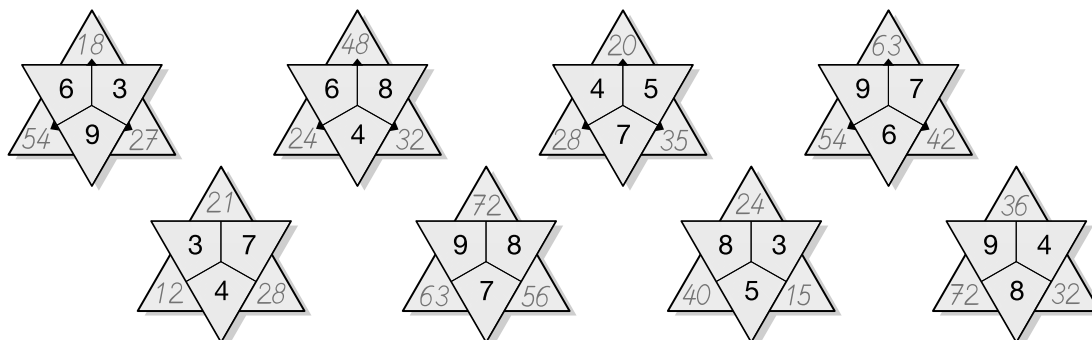
	1 · 9	2 · 9	3 · 9	4 · 9	5 · 9	6 · 9	7 · 9	8 · 9	9 · 9	10 · 9
9er-Reihe	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
Quer-summe	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

S. 40 – 42 Automatisieren des kleinen Einmaleins

Durch abwechslungsreiches Üben sollen mit der Zeit immer mehr Malsätze automatisiert werden, denn nur wenn das gesamte kleine Einmaleins auswendig gekannt wird, ist ein erfolgreiches Weiterlernen beim großen Einmaleins und bei der schriftlichen Multiplikation möglich.

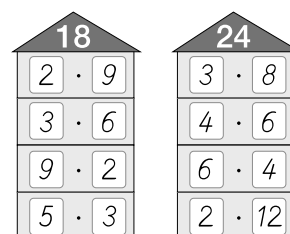
S. 41 Einmaleins-Sterne

Bei den Einmaleins-Sternen werden benachbarte Zahlen multipliziert.



S. 42 Verwandte Malaufgaben

In jedes Malhaus sind vier Malsätze einzutragen. Bei entsprechendem Malverständnis können Schüler auch Aufgaben aus dem großen Einmaleins (wie $12 \cdot 1 = 12$ oder $2 \cdot 12 = 24$) in die Häuser eintragen.

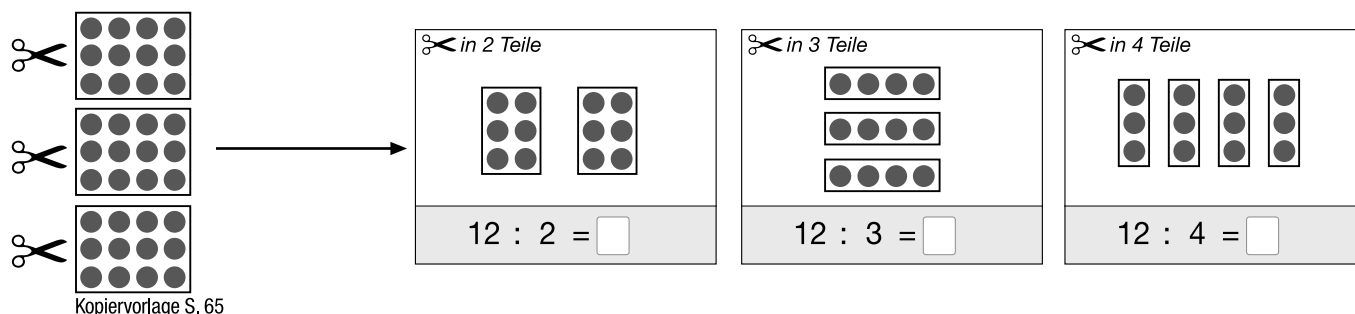


S. 46 – 53 Division

Grundlage für das Lösen von Divisionsaufgaben ist die Kenntnis der zugehörigen Malaufgaben. Daher wird die Division erst eingeführt, wenn sämtliche Malaufgaben sicher gelöst werden können.

S. 46 Einführung der Division

Den Schülern wird ein handelnder Zugang zur Division ermöglicht, indem sie Punktfelder in gleich große Teile zerschneiden (S. 46):



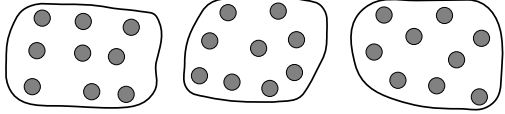
SPRECHWEISE: $12 : 2 = 6$

- Um den Aspekt des Teiles deutlich herauszustellen, wird in der Rechenrakete die Sprechweise „geteilt durch“ verwandt: „12 geteilt durch 2 gleich 6“.
- Im 3. Schuljahr, wenn eine Grundvorstellung der neuen Rechenoperation gesichert ist, wird die Sprechweise dem Lehrplan entsprechend verkürzt: „12 durch 2 gleich 6“.

S. 47 – 48 Dividieren ohne Rest

- Der Zusammenhang zwischen Division und Multiplikation wird deutlich, wenn ich eine ungeordnete Menge von Elementen in gleich große Teilmengen aufteile:

Der Lehrer teilt 27 Schüler in **9er-Mannschaften** ein.



$27 : 9 = 3$ denn $3 \cdot 9 = 27$

- Die Schüler lernen, Divisionsaufgaben durch Rückgriff auf die zugehörige Malaufgabe zu lösen:

$81 : 9 = 9$ denn $9 \cdot 9 = 81$	$56 : 7 = 8$ denn $8 \cdot 7 = 56$	$42 : 6 = 7$ denn $7 \cdot 6 = 42$	$16 : 4 = 4$ denn $4 \cdot 4 = 16$
---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------

S. 49 – 50 Dividieren mit Rest

Die größte Schwierigkeit beim Dividieren *mit Rest* liegt darin, dass die Schüler zuerst durch überschlägiges Rechnen herausfinden müssen, wie oft der Divisor im Dividend enthalten ist. Die Schüler müssen den nächstkleineren Dividenten finden, der ohne Rest durch den Divisor teilbar ist.

$18 : 3 = 6$	$32 : 4 = 8$	$16 : 2 = 8$	$40 : 8 = 5$
$19 : 3 = 6$ Rest 1	$34 : 4 = 8$ Rest 2	$17 : 2 = 8$ Rest 1	$45 : 8 = 5$ Rest 5
$20 : 3 = 6$ Rest 2			
$21 : 3 = 7$			
$22 : 3 = 7$ Rest 1	$45 : 5 = 9$	$48 : 6 = 8$	$63 : 9 = 7$
$23 : 3 = 7$ Rest 2	$48 : 5 = 9$ Rest 3	$50 : 6 = 8$ Rest 2	$65 : 9 = 7$ Rest 2

S. 51 Verwandtschaft zwischen Multiplikation und Division

Bei Umkehraufgaben und in Rechenhäusern wird die Verwandtschaft zwischen Mal- und Divisionsaufgaben deutlich:

$6 \cdot 8 = 48$ $48 : 8 = 6$	$9 \cdot 3 = 27$ $27 : 3 = 9$	$8 \cdot 7 = 56$ $56 : 7 = 8$
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

$12 : 3 = 4$ $4 \cdot 3 = 12$	$42 : 7 = 6$ $6 \cdot 7 = 42$	$72 : 9 = 8$ $8 \cdot 9 = 72$
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

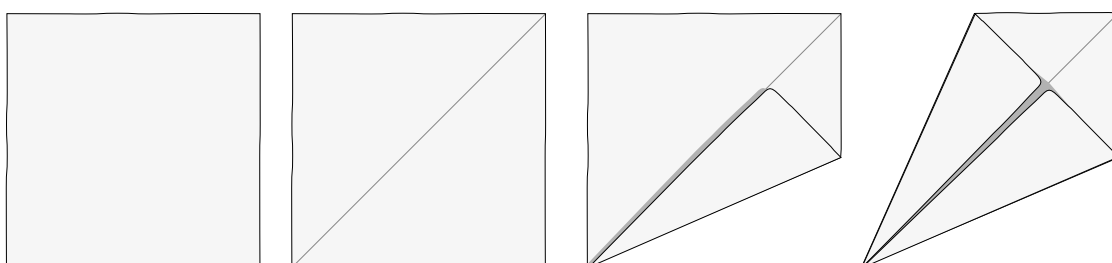
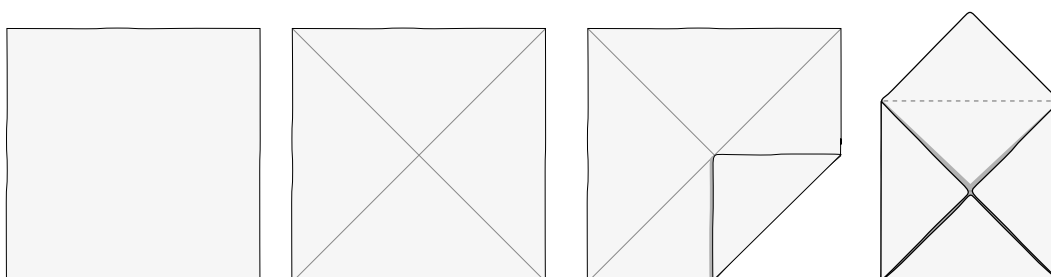
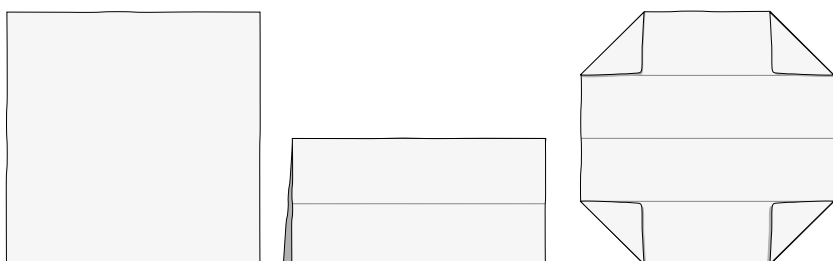
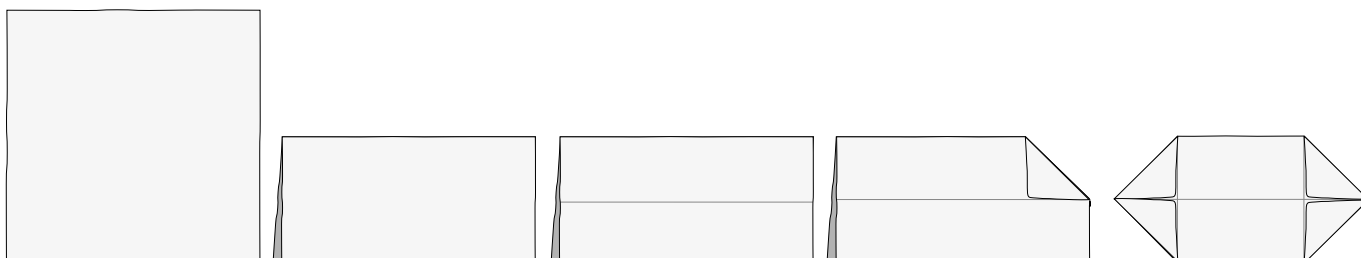
45	$9 \cdot 5 = 45$	7	$6 \cdot 7 = 42$
5	$5 \cdot 9 = 45$	6	$7 \cdot 6 = 42$
	$45 : 5 = 9$		$42 : 7 = 6$
9	$45 : 9 = 5$	42	$42 : 6 = 7$

S. 54 – 58 Geometrie

S. 54 Falten geometrischer Grundformen

Beim Papierfalten sammeln Kinder vielfältige geometrische Erfahrungen. Um Faltvorgänge zu verdeutlichen, sind folgende Fachbegriffe im Unterricht einzuführen:

- Ecke
- Seite
- Mittellinie
- Mittelpunkt
- Diagonale



S. 54 – 56 Symmetrie

Bei der unterrichtlichen Behandlung des Themas „Symmetrie“ werden im Unterricht folgende Fachbegriffe verwendet:

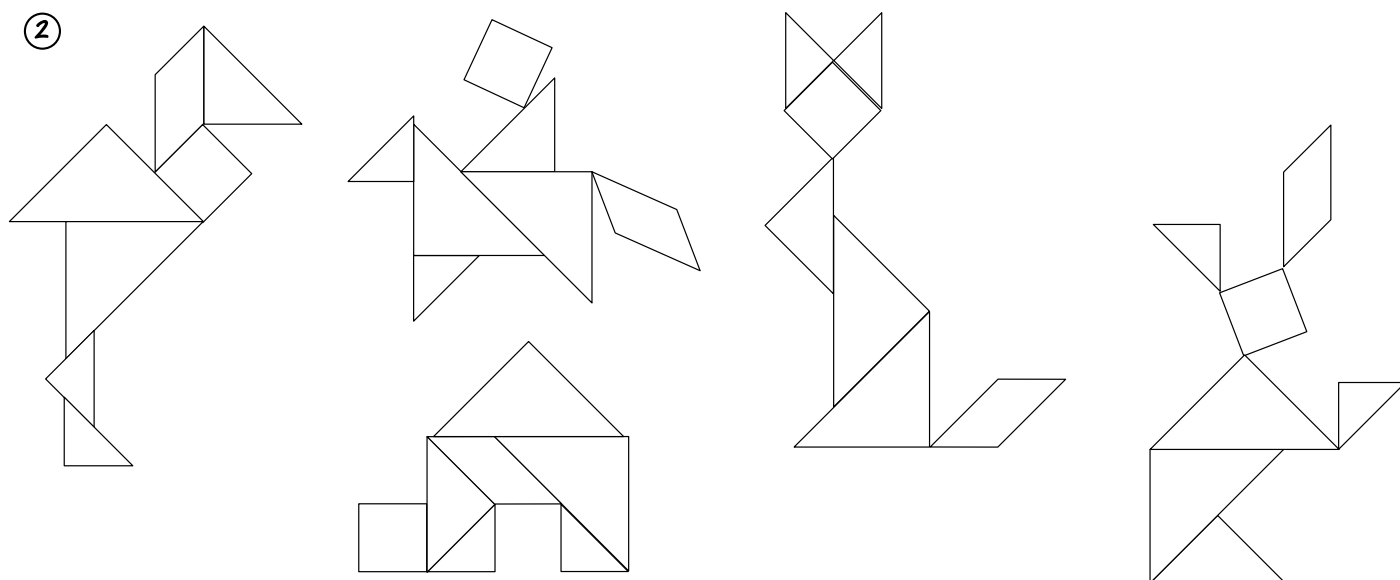
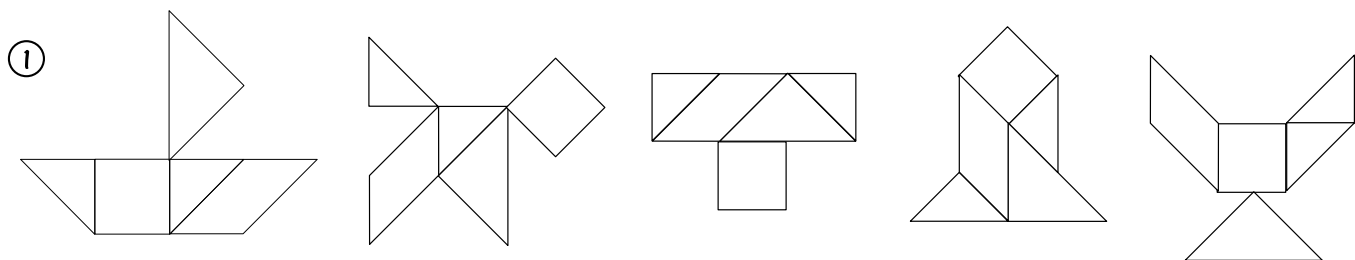
<i>falten</i>	<i>spiegeln</i>	<i>math. Fachbegriffe</i>
Faltachse	Spiegelachse	Symmetrieachse
deckungsgleich	spiegelbildlich	symmetrisch

Die Schüler haben Freude am Mathematikunterricht durch handelnden, spielerischen, entdeckenden Umgang mit dem Spiegel. Durch Probieren und Experimentieren machen die Schüler Grunderfahrungen zur Achsen-, Punkt- und Drehsymmetrie.

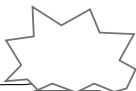
S. 58 Tangram

Das Tangramspiel ermöglicht den Schülern geometrische Grunderfahrungen zu Längen, Winkeln, Flächeninhalten und zur Symmetrie. Der Reiz des Spiels besteht darin, dass Figuren immer wieder zerlegt und neu zusammengesetzt werden. Das Tangram fördert die Phantasie und Kreativität der Schüler. Sich Zeit lassen, in Ruhe über die Figur nachdenken, Probieren und Verändern sind wesentliche Bestandteile des Spiels.

Beispiellösungen:



Hinweis: Zu den einzelnen Figuren gibt es in der Regel verschiedene Lösungsmöglichkeiten.



		·		=	
○		·		=	
		·		=	



		·		=	
○		·		=	
		·		=	



		·		=	
○		·		=	
		·		=	



		·		=	
○		·		=	
		·		=	



		·		=	
○		·		=	
		·		=	



		·		=	
○		·		=	
		·		=	



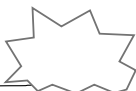
		·		=	
○		·		=	
		·		=	



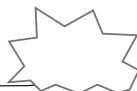
		·		=	
○		·		=	
		·		=	



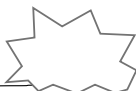
		·		=	
○		·		=	
		·		=	



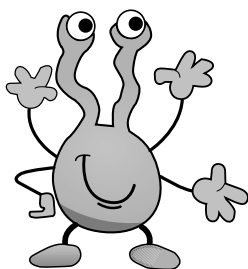
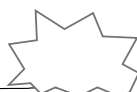
		·		=	
○		·		=	
		·		=	



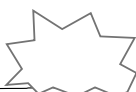
		·		=	
○		·		=	
		·		=	



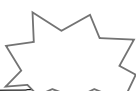
		·		=	
○		·		=	
		·		=	

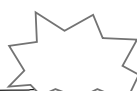
		·		=	
○		·		=	
		·		=	



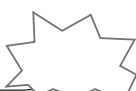
		·		=	
○		·		=	
		·		=	



		·		=	
○		·		=	
		·		=	

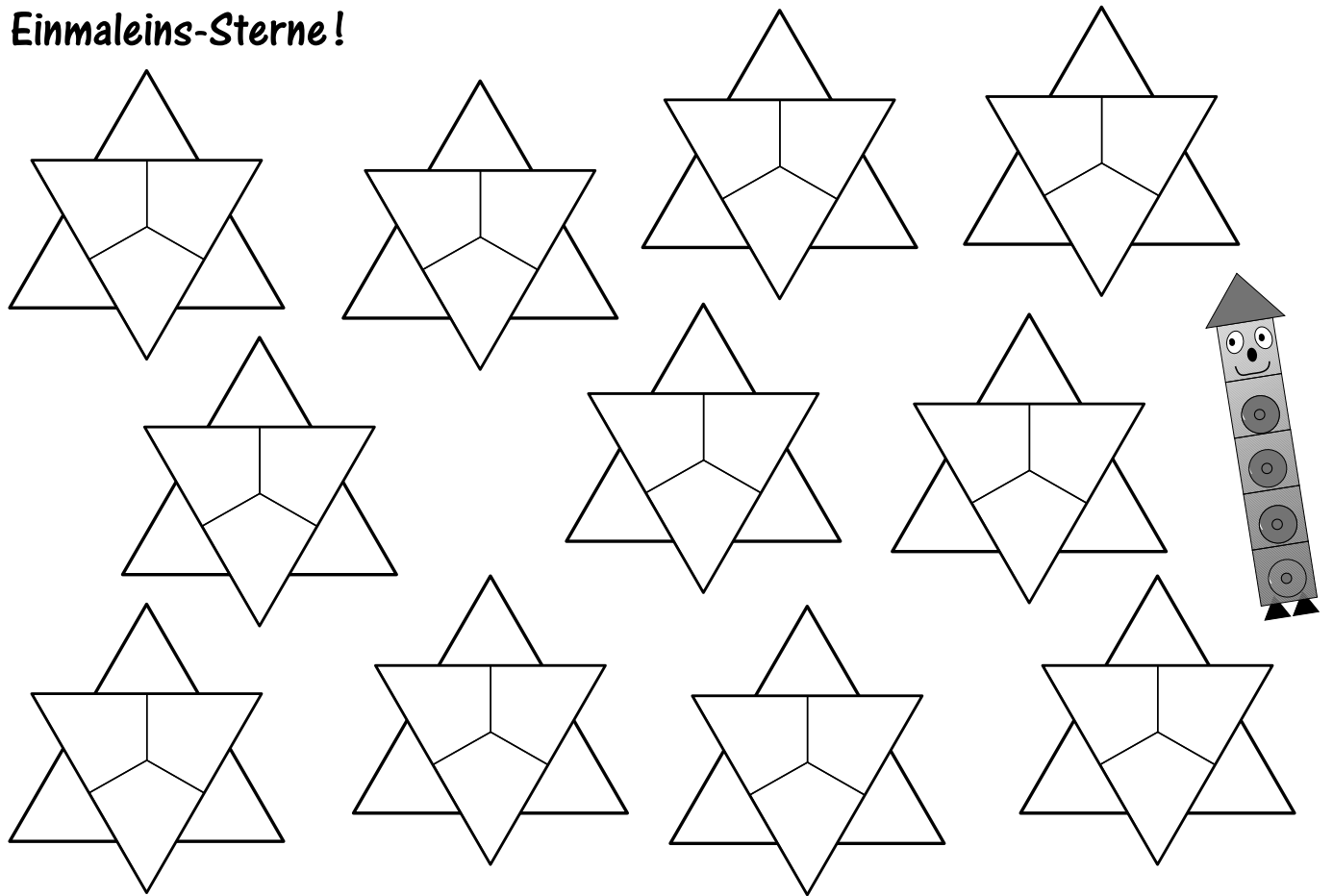


		·		=	
○		·		=	
		·		=	



		·		=	
○		·		=	
		·		=	

Einmaleins-Sterne!



Mal-Plus-Häuser

